Лабораторна робота №1

ДОСЛІДЖЕННЯ ДАВАЧА ПРИСКОРЕНЬ

Частина 1. Вільні кполивання (Класичний метод)

$ORIGIN := 0$ $\qquad j := \sqrt{-1}$ $\qquad TOL := 10^{-12}$ $\qquad CTOL := 10^{-10}$

Стисло теоретичні відомості.

Диференційне рівняння руху, що описує **збурені** коливання, -

$$m \cdot \frac{d^2}{dt^2}\xi + \beta \cdot \frac{d}{dt}\xi + k \cdot \xi = f\_a(t) \cdot m,$$

або $$\frac{d^2}{dt^2}\xi + \frac{\beta}{m} \cdot \frac{d}{dt}\xi + \frac{k}{m} \cdot \xi = f\_a(t).$$

При $f\_a(t) = 0$ будуть **вільні коливання**.

Диференційне рівняння руху,що описує **вільні** коливання, буде -

$$m \cdot \frac{d^2}{dt^2}\xi + \beta \cdot \frac{d}{dt}\xi + k \cdot \xi = 0,$$

або $$\frac{d^2}{dt^2}\xi + \frac{\beta}{m} \cdot \frac{d}{dt}\xi + \frac{k}{m} \cdot \xi = 0,$$

або $$\frac{d^2}{dt^2}\xi + 2 \cdot h \cdot \frac{d}{dt}\xi + \nu_0^{\,2} \cdot \xi = 0,$$

де $\nu_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ - **власна кругова частота вільних коливань** (рад/с);

$h = \frac{1}{2} \cdot \frac{\beta}{m}$ - коефіцієнт, який характеризує ступінь загасання вільних коливань.

Власна частота вільних коливань - $f_0 = \frac{\nu_0}{2 \cdot \pi}$ Гц.

Період власних вільних коливань- $T_0 = \frac{1}{f_0} = \frac{2 \cdot \pi}{\nu_0}$ с.

==

Дано:

Початкові умови: при $t_{st} := 0$ $\begin{pmatrix} \xi_{st} \\ v_{st} \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} 0.001 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} \text{м} \\ \dfrac{\text{м}}{\text{с}} \end{pmatrix}$

Маса рухомої частини давача
та **власна частота** коливань: $\begin{pmatrix} m \\ f_0 \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} 0.027 \\ 86 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} \text{кг} \\ \text{Гц} \end{pmatrix}$

Відносні коефіцієнти в'язкості демпфера: $\begin{pmatrix} \beta'1 \\ \beta'2 \\ \beta'3 \\ \beta'4 \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} 0.087 \\ 0.5 \\ 1 \\ 2.15 \end{pmatrix}$

==

Примітка.
Відносний коефіцієнт в'язкості демпфера β' є відношення

$$\beta' = \frac{\beta}{\beta_{kratn}},$$

де β - коефіцієнт в'язкості демпфера; β_{kratn} - це таке значення β, при якому корні характеристичного рівняння будуть кратні (вони у нашому випадку кратні дійсні), тобто це коли

$$\left(\nu^2 = h^2\right), \text{ або } \frac{k}{m} = \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{\beta_{kratn}}{m}\right)^2.$$

Звідси

$$\beta_{kratn} = \sqrt{4 \cdot m \cdot k} = 4 \cdot \pi \cdot m \cdot f_0$$

==

Обчислюємо.

Жорсткість пружини:

$$k := m \cdot \left(2 \cdot \pi \cdot f_0\right)^2 = 7.884 \times 10^3 \quad \left(\frac{\text{Н}}{\text{м}}\right)$$

Коефіцієнти в'язкості демпфера:

$$\begin{pmatrix} \beta1 \\ \beta2 \\ \beta3 \\ \beta4 \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} \beta'1 \\ \beta'2 \\ \beta'3 \\ \beta'4 \end{pmatrix} \cdot \sqrt{4 \cdot m \cdot k} = \begin{pmatrix} 2.539 \\ 14.590 \\ 29.179 \\ 62.735 \end{pmatrix} \quad \left(\frac{\text{Н} \cdot \text{с}}{\text{м}}\right)$$

==

Приймаємо.

1. Розрахунки вільних коливань проведемо для інтервалу часу від t_{st} до t_{end}. Кінцеве значення інтервалу t_{end} візьмемо таким, щоб на графіку було видно 4-5 періодів вільних коливань, тобто

$$t_{end} := 4 \cdot \frac{1}{f_0} = 46.512 \times 10^{-3} .$$

Округляємо t_{end} **до зручного значення** (з точки зору побудови графіків) **і приймаємо**

$$t_{end} := 0.05 .$$

2. Кількість ділянок N, на які розбиваємо інтервал $[t_{st}, t_{end}]$ приймемо

$$N := 1000$$

==

****

Характеристичне рівняння для знаходження коренів буде:

$$a_2 \cdot \lambda^2 + a_1 \cdot \lambda + a_0 = 0$$ (загальний вигляд),

$$1 \cdot \lambda^2 + \frac{\beta}{m} \cdot \lambda + \frac{k}{m} = 0$$ (конкретно для даного рівняння)

$$\begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} \frac{k}{m} \\ \frac{\beta}{m} \\ 1 \end{pmatrix}$$

Для даної системи загальний вид коренів буде:

$\lambda_1 = \alpha + j \cdot \nu$ та $\lambda_2 = \alpha - j \cdot \nu$,

де α - дійсна частина кореня, яка характеризує степінь загасань вільних коливань;

ν -уявна частина кореня, яка харктеризує частоту - **фактичну кругову частоту вільних коливань** (з врахуванням впливу демпфера);

$j = \sqrt{-1}$ - уявна одиниця.

Згідно розв'язку характеристичного рівняння другого ступеня будемо мати наступні значення α та ν:

$$\alpha = -\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{\beta}{m}\right) = -h ,$$

$$\nu = \sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{1}{2}\cdot\frac{\beta}{m}\right)^2} = \sqrt{\nu_0^{\,2} - h^2},$$

$$\left(\text{або } j\cdot\nu = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{\beta}{m}\right)^2 - \frac{k}{m}} = \sqrt{h^2 - \nu_0^{\,2}}\right).$$

Тип коренів у данному випадку може бути:
"Різні дійсні", "Кратні дійсні" чи "Комплексні".

Зауважимо наступне.

Комплексні корені будуть при $\frac{k}{m} > \left(\frac{1}{2}\cdot\frac{\beta}{m}\right)^2$, тобто коли $\nu_0^{\,2} > h^2$.

При комплексних коренях в ситемі буде мати місце коливальний процес.

Різні дійсні - при $\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{\beta}{m}\right)^2 > \frac{k}{m}$, тобто коли $h^2 > \nu_0^{\,2}$. При дійсних різних коренях в системі буде аперіодичний процес.

Кратні дійсні - при $\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{\beta}{m}\right)^2 = \frac{k}{m}$, тобто коли $h^2 = \nu_0^{\,2}$. При кратних коренях процес в системі знаходится на межі між коливальним і аперіодичним. По характеру він буде схожий на аперіодичний.

****

1. Створюємо вектор функцій $vf\_\xi(t,\lambda 1,\lambda 2,A,B)$,

який дозволить по індексу (0, 1 або 2) вибриати відповідний розв'язок диференційного рівняння $\xi(t)$, тобто деформації пружини давача.

$$vf\_\xi(t,\lambda 1,\lambda 2,A,B) := \begin{pmatrix} A\cdot e^{\lambda 1\cdot t} + B\cdot e^{\lambda 2\cdot t} \\ A\cdot e^{\lambda 1\cdot t} + t\cdot B\cdot e^{\lambda 2\cdot t} \\ A\cdot e^{Re(\lambda 1)\cdot t}\cdot \sin(|Im(\lambda 1)|\cdot t + B) \end{pmatrix},$$

де інедкси цього вектора відносяться відповідають наступному:

0 -для типу коренів "Різні дійсні",

1 -для "Кратні дійсні" та

2 -для "Комплексні".

Вигляд розв'язка залежить від типу коренів характеристичного рівняння.

****

2. Створюємо вектор функцій $vf\_v(t,\lambda 1,\lambda 2,A,B)$,

який дозволить по індексу (0, 1 або 2) вибриати відповідний розв'язок $v(t)$ для швидкості деформації пружини давача. Швидкість деформації пружини $v(t)$ є похідною від деформації $\xi(t)$.

$$vf\_v(t,\lambda 1,\lambda 2,A,B) := \begin{bmatrix} A\cdot\lambda 1\cdot e^{\lambda 1\cdot t} + B\cdot\lambda 2\cdot e^{\lambda 2\cdot t} \\ A\cdot\lambda 1\cdot e^{\lambda 1\cdot t} + B\cdot(1+t\cdot\lambda 2)\cdot e^{\lambda 2\cdot t} \\ A\cdot\left(\begin{array}{l} Re(\lambda 1)\cdot e^{Re(\lambda 1)\cdot t}\cdot\sin(|Im(\lambda 1)|\cdot t+B)\ \ldots \\ +e^{Re(\lambda 1)\cdot t}\cdot|Im(\lambda 1)|\cdot\cos(|Im(\lambda 1)|\cdot t+B)\end{array}\right)\end{bmatrix},$$

де інедкси для цього вектора, як і у попереднього:

0 -для типу коренів "Різні дійсні";

1 -для "Кратні дійсні";

2 -для "Комплексні".

****

3. Створюємо функцію користувача $f\_KORNI(m,\beta,k)$,

яка дозволить знаходити значеня коренів харектеристичного рівняння

$$f\_KORNI(m,\beta,k) := \left|\begin{array}{l} va \leftarrow \begin{pmatrix}\dfrac{k}{m}\\ \dfrac{\beta}{m}\\ 1\end{pmatrix} \\ v\lambda \leftarrow polyroots(va) \\ \text{return } v\lambda \end{array}\right.$$

Функція повертає вектор $v\lambda$, зі значеннями двох коренів.

****

4. Створюємо функцію користувача $f\_TIP\_KORNI(\lambda 1,\lambda 2)$,

яка дозволить визначити відповідний індекс для типу коренів харектеристичного рівняння (дійсні різні, дійсні кратні чи комплексні).

$$
f\_TIP\_KORNI(\lambda 1, \lambda 2) := \left|
\begin{array}{l}
\text{if } |\lambda 1 - \lambda 2| \le 5 \cdot TOL \\
\quad \left| \begin{array}{l} \text{"Кратні дійсні"} \\ TIP\_K \leftarrow 1 \end{array} \right. \\
\text{otherwise} \\
\quad \left| \begin{array}{l}
\text{if } \left|\lambda 1 - \overline{\lambda 2}\right| \le 5 \cdot TOL \\
\quad \left| \begin{array}{l} \text{"Комплексні"} \\ TIP\_K \leftarrow 2 \end{array} \right. \\
\text{otherwise} \\
\quad \left| \begin{array}{l}
\text{if } (|Im(\lambda 1)| \le TOL) \wedge (|Im(\lambda 2)| \le TOL) \\
\quad \left| \begin{array}{l} \text{"Різні дійсні"} \\ TIP\_K \leftarrow 0 \end{array} \right. \\
\text{otherwise} \\
\quad \left| \begin{array}{l} 3 \\ TIP\_K \leftarrow \text{"ПОМИЛКА! Повинно бути тільки 0, 1, 2"} \end{array} \right.
\end{array} \right.
\end{array} \right. \\
\text{return } TIP\_K
\end{array} \right.
$$

Функція повертає число TIP_K, яке далі буде використовуватись у якості індексу для ряду векторів, щоб вибрати у тому чи іншому векторі відповідний елемент, згідно до конретного типу кореня:

0 -для типу коренів "Різні дійсні";

1 -для "Кратні дійсні";

2 -для "Комплексні".

****

5. Створюємо вектор Rem_TIP_KORNI,

який дозволить по індексу TIP_K відображати у документі MathCad тип коренів у вигляді текстів.

$$
Rem\_TIP\_KORNI := \begin{pmatrix} \text{"Дійсні Різні"} \\ \text{"Дійсні Кратні"} \\ \text{"Комплексні"} \end{pmatrix}
$$

$Rem\_TIP\_KORNI_0 = \text{"Дійсні Різні"}$

$Rem\_TIP\_KORNI_1 = \text{"Дійсні Кратні"}$

$Rem\_TIP\_KORNI_2 = \text{"Комплексні"}$

****

6. Створюємо функцію користувача

$$
f\_AB\left(t_{st}, \xi_{st}, V\xi_{st}, \lambda 1, \lambda 2, TIP\_K\right),
$$

яка дозвилить знаходити постійні (сталі) інтугрування A та B.

$$\begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} 1 \\ 1+j \end{pmatrix}$$

Given

$$vf\_\xi(t_{st}, \lambda 1, \lambda 2, A, B)_{TIP\_K} = \xi_{st}$$

$$vf\_v(t_{st}, \lambda 1, \lambda 2, A, B)_{TIP\_K} = v_{st}$$

$$f\_AB(t_{st}, \xi_{st}, v_{st}, \lambda 1, \lambda 2, TIP\_K) := Find(A, B)$$

Функція повертає вектор зі значеннями сталих інтегрування A та B.

****

7. Робимо перевірки працездатності створенних функцій користувача

П Е Р Е В І Р К А $\beta = \beta 1$

$$\begin{pmatrix} \lambda 1 \\ \lambda 2 \end{pmatrix} := f\_KORNI(m, \beta 1, k) = \begin{pmatrix} -47.011 - 538.305j \\ -47.011 + 538.305j \end{pmatrix}$$

$TIP\_K := f\_TIP\_KORNI(\lambda 1, \lambda 2) = 2.000$ $\quad Rem\_TIP\_KORNI_{TIP\_K} =$ "Комплексні"

$$\begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} := f\_AB(t_{st}, \xi_{st}, v_{st}, \lambda 1, \lambda 2, TIP\_K) \qquad \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.004 \times 10^{-3} \\ 1.484 \end{pmatrix}$$

****

П Е Р Е В І Р К А $\beta = \beta 2$

$$\begin{pmatrix} \lambda 1 \\ \lambda 2 \end{pmatrix} := f\_KORNI(m, \beta 2, k) = \begin{pmatrix} -270.177 - 467.960j \\ -270.177 + 467.960j \end{pmatrix}$$

$TIP\_K := f\_TIP\_KORNI(\lambda 1, \lambda 2) = 2.000$ $\quad Rem\_TIP\_KORNI_{TIP\_K} =$ "Комплексні"

$$\begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} := f\_AB(t_{st}, \xi_{st}, v_{st}, \lambda 1, \lambda 2, TIP\_K) \qquad \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.155 \times 10^{-3} \\ 1.047 \end{pmatrix}$$

****

П Е Р Е В І Р К А $\beta = \beta 3$

$$\begin{pmatrix} \lambda 1 \\ \lambda 2 \end{pmatrix} := f\_KORNI(m, \beta 3, k) = \begin{pmatrix} -540.354 \\ -540.354 \end{pmatrix}$$

$TIP\_K := f\_TIP\_KORNI(\lambda 1, \lambda 2) = 1.000$ $\quad Rem\_TIP\_KORNI_{TIP\_K} =$ "Дійсні Кратні"

$$\begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} := f\_AB(t_{st}, \xi_{st}, v_{st}, \lambda 1, \lambda 2, TIP\_K) \qquad \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.000 \times 10^{-3} \\ 540.354 \times 10^{-3} \end{pmatrix}$$

****

ПЕРЕВІРКА $\beta = \beta 4$

$$\begin{pmatrix} \lambda 1 \\ \lambda 2 \end{pmatrix} := f\_KORNI(m, \beta 4, k) = \begin{pmatrix} -2.190 \times 10^{3} \\ -133.313 \end{pmatrix}$$

$TIP\_K := f\_TIP\_KORNI(\lambda 1, \lambda 2) = 0.000$ $\quad Rem\_TIP\_KORNI_{TIP\_K} =$ "Дійсні Різні"

$$\begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} := f\_AB(t_{st}, \xi_{st}, v_{st}, \lambda 1, \lambda 2, TIP\_K) \qquad \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -64.812 \times 10^{-6} \\ 1.065 \times 10^{-3} \end{pmatrix}$$

****

8. Створюємо основну функцію користувача

$f\_OSN(t_{st}, \xi_{st}, v_{st}, m, \beta, k, t_{end}, N)$,

яка створені вище функції користувача збирає до купи і збеспечує їх виконання у певному порядку. Ця функція повертає розв'язки задачі.

$$f\_OSN(t_{st}, \xi_{st}, v_{st}, m, \beta, k, t_{end}, N) := \left| \begin{array}{l} v\lambda \leftarrow f\_KORNI(m, \beta, k) \\ \lambda 1 \leftarrow v\lambda_0 \\ \lambda 2 \leftarrow v\lambda_1 \\ TIP\_K \leftarrow f\_TIP\_KORNI(\lambda 1, \lambda 2) \\ vAB \leftarrow f\_AB(t_{st}, \xi_{st}, v_{st}, \lambda 1, \lambda 2, TIP\_K) \\ A \leftarrow vAB_0 \\ B \leftarrow vAB_1 \\ \Delta t \leftarrow \dfrac{t_{end} - t_{st}}{N} \\ mREZ_{N,2} \leftarrow 0 \\ \text{for } i \in 0, 1 .. N \\ \quad \left| \begin{array}{l} t \leftarrow t_{st} + i \cdot \Delta t \\ mREZ_{i,0} \leftarrow t \\ mREZ_{i,1} \leftarrow vf\_\xi(t, \lambda 1, \lambda 2, A, B)_{TIP\_K} \\ mREZ_{i,2} \leftarrow vf\_v(t, \lambda 1, \lambda 2, A, B)_{TIP\_K} \end{array} \right. \\ \text{return } \begin{pmatrix} Rem\_TIP\_KORNI_{TIP\_K} \\ \lambda 1 \\ \lambda 2 \\ mREZ \end{pmatrix} \end{array} \right.$$

Функція повертає вектор з різноплановими типами даних: тип кореня (у вигляді тексту); значення коренів $\lambda 1$ та $\lambda 2$; матрицю результатів mREZ. Ця матриця має $N + 1$ рядок і три стовпчика. У стовпчиках для точок 0, 1 ... N розташовано наступне:

у стовпчику з індексом 0 - значення часу t;

у стовпчику з індексом 1 - значення деформації пружини ξ (відповідно точкам часу);

у стовпчику з індексом 2 - значення швидкості деформації пружини v.

****

9. РОЗВЯЗУЄМО ЗАДАЧУ ДЛЯ ЧОТИРЬОХ ВАРІАНТІВ.

$\beta := \beta 1$

$$R1 := f\_OSN\left(t_{st}, \xi_{st}, v_{st}, m, \beta 1, k, t_{end}, N\right) = \begin{pmatrix} \text{"Комплексні"} \\ -47.011 - 538.305j \\ -47.011 + 538.305j \\ \{1001,3\} \end{pmatrix}$$

$\beta := \beta 2$

$$R2 := f\_OSN\left(t_{st}, \xi_{st}, v_{st}, m, \beta 2, k, t_{end}, N\right) = \begin{pmatrix} \text{"Комплексні"} \\ -270.177 - 467.960j \\ -270.177 + 467.960j \\ \{1001,3\} \end{pmatrix}$$

$\beta := \beta 3$

$$R3 := f\_OSN\left(t_{st}, \xi_{st}, v_{st}, m, \beta 3, k, t_{end}, N\right) = \begin{pmatrix} \text{"Дійсні Кратні"} \\ -540.354 \\ -540.354 \\ \{1001,3\} \end{pmatrix}$$

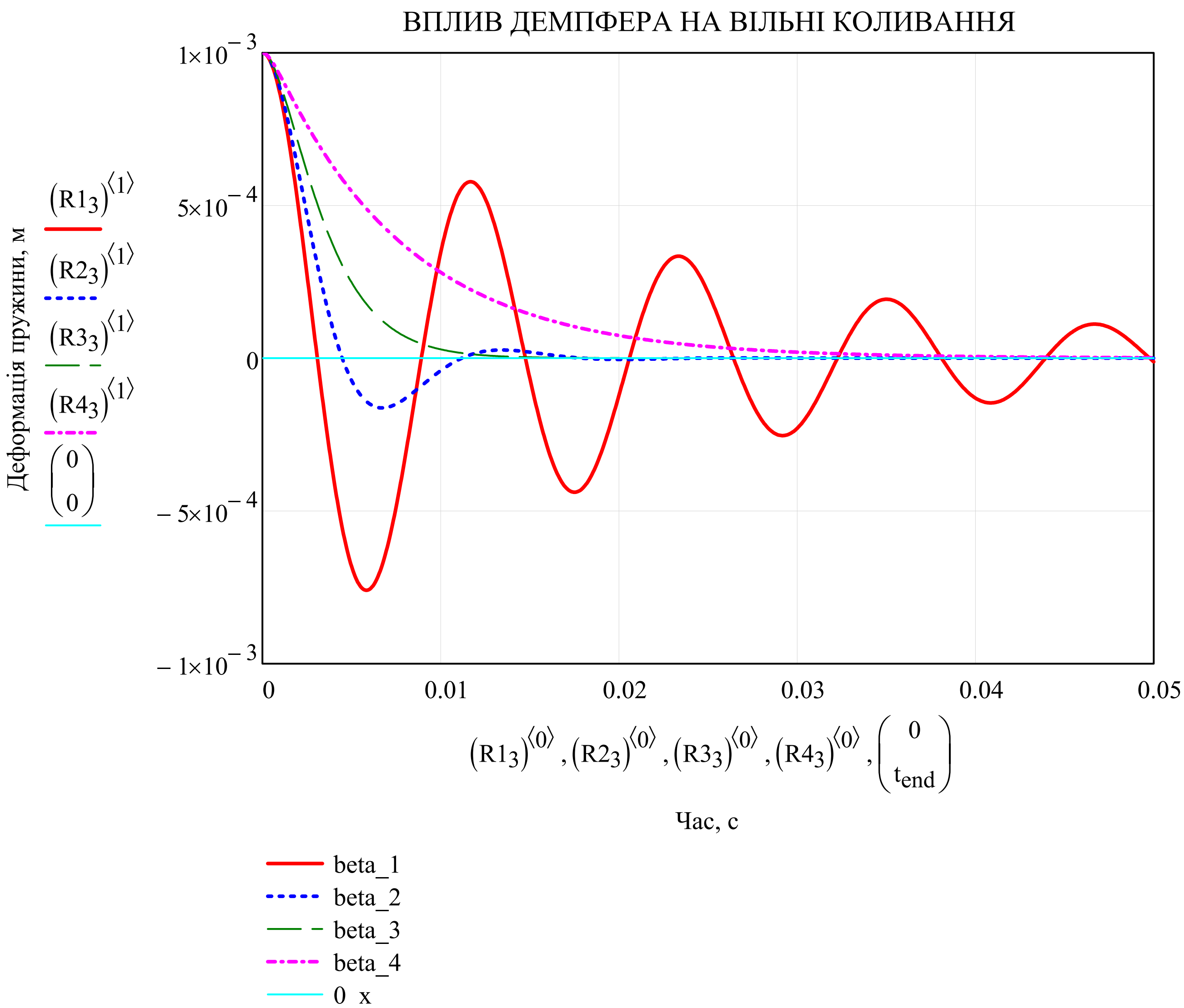
$\beta := \beta 4$

$$R4 := f\_OSN\left(t_{st}, \xi_{st}, v_{st}, m, \beta 4, k, t_{end}, N\right) = \begin{pmatrix} \text{"Дійсні Різні"} \\ -2.190 \times 10^{3} \\ -133.313 \\ \{1001,3\} \end{pmatrix}$$

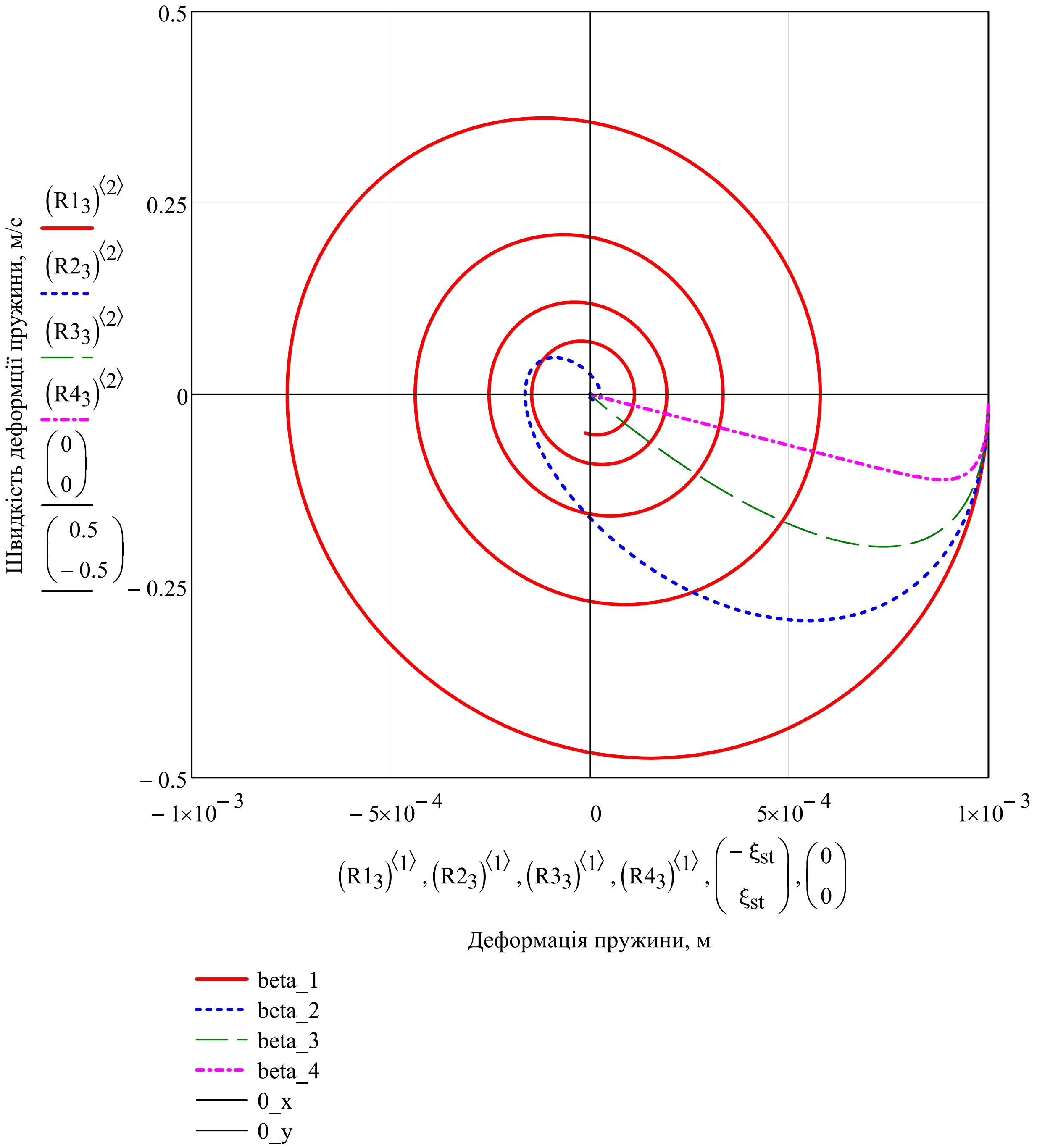
$t_i \quad \xi_i \quad v_i$

$R1_3 =$

	0	1	2
0	0.000	$1.000 \cdot 10^{-3}$	0.000
1	$50.000 \cdot 10^{-6}$	$999.636 \cdot 10^{-6}$	$-14.563 \cdot 10^{-3}$
2	$100.000 \cdot 10^{-6}$	$998.545 \cdot 10^{-6}$	$-29.047 \cdot 10^{-3}$
3	$150.000 \cdot 10^{-6}$	$996.732 \cdot 10^{-6}$	$-43.442 \cdot 10^{-3}$
4	$200.000 \cdot 10^{-6}$	$994.202 \cdot 10^{-6}$	$-57.738 \cdot 10^{-3}$
5	$250.000 \cdot 10^{-6}$	$990.960 \cdot 10^{-6}$	$-71.925 \cdot 10^{-3}$
6	$300.000 \cdot 10^{-6}$	$987.012 \cdot 10^{-6}$	$-85.993 \cdot 10^{-3}$
7	$350.000 \cdot 10^{-6}$	$982.363 \cdot 10^{-6}$	$-99.932 \cdot 10^{-3}$
8	$400.000 \cdot 10^{-6}$	$977.021 \cdot 10^{-6}$	$-113.734 \cdot 10^{-3}$
9	$450.000 \cdot 10^{-6}$	$970.992 \cdot 10^{-6}$	$-127.387 \cdot 10^{-3}$
10	$500.000 \cdot 10^{-6}$	$964.285 \cdot 10^{-6}$	$-140.884 \cdot 10^{-3}$
11	$550.000 \cdot 10^{-6}$	$956.907 \cdot 10^{-6}$	$-154.215 \cdot 10^{-3}$
12	$600.000 \cdot 10^{-6}$	$948.866 \cdot 10^{-6}$	$-167.371 \cdot 10^{-3}$
13	$650.000 \cdot 10^{-6}$	$940.173 \cdot 10^{-6}$	$-180.344 \cdot 10^{-3}$
14	$700.000 \cdot 10^{-6}$	$930.835 \cdot 10^{-6}$	$-193.124 \cdot 10^{-3}$
15	$750.000 \cdot 10^{-6}$	$920.864 \cdot 10^{-6}$	...



ВПЛИВ ДЕМПФЕРА НА ФАЗОВІ ТРАЄКТОРІЇ



$ORIGIN = 0.000$

11. ГОДОГРАФИ КОРЕНІВ

```
f_Godograf_K(m_n, m_k, Δm, β, k) :=
    m ← m_n
    i ← 0
    while m ≤ m_k
        vλ ← f_KORNI(m, β, k)
        if Im(vλ_0) ≠ 0
            if Im(vλ_0) > 0
                λ1 ← vλ_0
                λ2 ← vλ_1
            otherwise
                λ1 ← vλ_1
                λ2 ← vλ_0
        otherwise
            if Re(vλ_0) > Re(vλ_1)
                λ1 ← vλ_0
                λ2 ← vλ_1
            otherwise
                λ1 ← vλ_1
                λ2 ← vλ_0
        TIP_K ← f_TIP_KORNI(vλ_0, vλ_1)
        mR_{i,0} ← i
        mR_{i,1} ← λ1
        mR_{i,2} ← λ2
        mR_{i,3} ← Rem_TIP_KORNI_{TIP_K}
        mR_{i,4} ← Re(λ1)
        mR_{i,5} ← Im(λ1)
        mR_{i,6} ← Re(λ2)
        mR_{i,7} ← Im(λ2)
        mR_{i,8} ← m · 1000
        i ← i + 1
        m ← m + Δm
    return mR
```

$$m = 27.000 \times 10^{-3}$$

$$m_n := \frac{1}{500} \cdot m = 54.000 \times 10^{-6}$$

$$m_k := 500 \cdot m = 13.500$$

$$\Delta m := \frac{m_k - m_n}{20000} = 674.997 \times 10^{-6}$$

$$\boxed{R1 := f\_Godograf\_K\left(m_n, m_k, \Delta m, \beta 3, k\right)}$$